ILP500 – Laboratório de Arquitetura e Organização de Computadores
Prof. Sérgio Luiz Banin

Registro da Aula

Álgebra Booleana

Notação

Variáveis	Operadores Lógicos
Para variáveis independentes usaremos letras a partir de A, B, C, D, ... Para variáveis de resultado usaremos letras a partir de R, S, ... Eventualmente pode haver alguma exceção a essa convenção. E quando isso ocorrer será explicitamente registrado o que variável independente e o que é variável de resultado Jamais será usada a letra O, para evitar confundir com o valor 0	Operação not → ' Operação and → . Operação or → + Operação xor → ⊕ Operação xand → ⊗

Operações Básicas – Tabelas Verdade

Operação de negação (not)

A	R = A'
0	1
1	0

Operação E (and)

A	B	R = A . B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Operação OU (or)

A	B	R = A + B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Operação OU exclusivo (xor)

A	B	$R = A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Operação E exclusivo (xand)

A	B	$R = A \otimes B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Relações básicas decorrentes da aplicação das tabelas verdade

$(A \oplus B)' = A \otimes B$ e $(A \otimes B)' = A \oplus B$

$A \cdot 0 = 0$

A	0	R = A . 0
0	0	0
1	0	0

$A \cdot 1 = A$

A	1	R = A . 1
0	1	0
1	1	1

$A + 0 = A$

A	0	R = A + 0
0	0	0
1	0	1

$A + 1 = 1$

A	1	R = A + 1
0	1	1
1	1	1

$A \cdot A = A$

A	A	R = A . A
0	0	0
1	1	1

A + A = A

A	A	R = A + A
0	0	0
1	1	1

A . A' = 0

A	A'	R = A . A'
0	1	0
1	0	0

A + A' =

A	A'	R = A + A'
0	1	1
1	0	

Prioridades na avaliação de uma expressão lógica complexa (aquela que envolve mais de uma operação)

Negação: '

XAnd: ⊗

And: .

XOr: ⊕

Or: +

Propriedades das expressões booleanas

Comutativa – se aplica a todos os operadores binários

A + B = B + A

A . B = B . A

Associativa – se aplica a quais operadores? Apenas ao And e Or?

R = A . B + A . C → R = A . (B + C)

R = A ⊗ B ⊕ A ⊗ C → R = A ⊗ (B ⊕ C) é possível fazer isso? NÃO, conforme demonstrado no Exercício 2 na página seguinte

Distributiva – se aplica a quais operadores? Apenas ao And e Or?

R = A . (B + C) → R = A . B + A . C

Exercício 1

R = A . B + A . C

A	B	C	R	A . B	A . C
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1

R = A . (B + C)

A	B	C	R	B + C
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

Exercício 2

R = A ⊗ B ⊕ A ⊗ C

A	B	C	R	A ⊗ B	A ⊗ C
0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1

R = A ⊗ (B ⊕ C)

A	B	C	R	B ⊕ C
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

Exercício 3

R = A' . B + A . B' = A ⊕ B

A	B	R = P1 + P2	A'	P1 = A' . B	B'	P2 = A . B'
0	0	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0

Exercício 4

R = A' . B' + A . B = A ⊗ B

A	B	R = P1 + P2	A'	B'	P1 = A' . B'	P2 = A . B
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	1

A negação de A' . B + A . B' é equivalente a A' . B' + A . B, e vice-versa, ou seja,

(A' . B + A . B')' = A' . B' + A . B

Exercício 5

R = A + A' . B → R = A + B

A	B	R	A'	A' . B
0	0	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	1	0	0
1	1	1	0	0

Este resultado é muito importante!!!

A + A' . B = A + B

Exercício 6 – Distribuição da Negação

R = (A . B)' = A' + B'

A	B	R = (A . B)'	A'	B'	R = A' + B'
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0

R = (A + B)' = A' . B'

A	B	R = (A + B)'	A'	B'	R = A' . B'
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	0	0	0

Resumo de Relações Relevantes

$A . 0 = 0$

$A + 0 = A$

$A . 1 = A$

$A + 1 = 1$

$A . A = A + A = A$

$A . A' = 0$

$A + A' = 1$

$A \oplus B = A' . B + A . B'$

$A \otimes B = A' . B' + A . B$

$(A' . B + A . B')' = A' . B' + A . B \Rightarrow (A \oplus B)' = A \otimes B$

$(A' . B' + A . B)' = A' . B + A . B' \Rightarrow (A \otimes B)' = A \oplus B$

$A + A' . B = A + B$

$(A . B)' = A' + B'$

$(A + B)' = A' . B'$